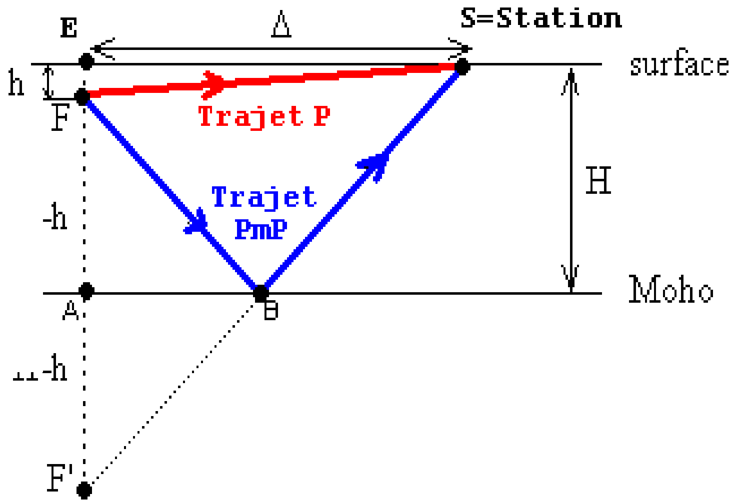
Calcul de la profondeur du MOHO

Les ondes sismiques obéissent à la loi de Snell – Descartes : le F' est donc le point image de l'objet qui le point où a eu lieu le séisme, (c'est-à-dire l'épicentre). A partir du foyer du séisme, les ondes P sont diffusées dans toutes les directions (comme le point lumineux qui envoie de la lumière dans toutes les directions).

- Les ondes P sont celles qui arrivent directement à la station d'enregistrement.
- Les ondes PmP sont des ondes P qui se réfléchissent au niveau du Moho avant d'arriver à la station.

E = Epicentre
F = Foyer du séisme
F' = Point « image » de F
h = profondeur du séisme
H = profondeur du Moho
Δ = distance de la station à l'épicentre du séisme



<u>Schématisation du trajet des ondes sismiques P et PmP</u>

1° - Calcul de la position du point de réflexion (B) des ondes PmP au niveau du Moho.

Dans les triangles homothétiques F'SE et F'BA la petite propriété de Thalès permet de calculer AB :

$$\frac{AB}{\Delta} = \frac{F'B}{F'S} = \frac{F'A}{F'E}$$

Avec $F'E = H + (H - h) = 2H - h$ et $F'A = H - h$

L'équation devient

$$\frac{AB}{\Delta} = \frac{H-h}{2H-h}$$

on en déduit que

$$AB = \frac{H - h}{2H - h} \times \Delta$$

2° - Calcul de la distance parcourue par les ondes P et PmP

On sait que :

$$t = \frac{D}{V}$$

Avec
V = vitesse des ondes P dans la croûte
D = la distance parcourue par les ondes
t = temps mis par les ondes pour parvenir à la station
$D = V \times t$
Donc $D_p = V \times t_p$, si t_p est le temps mis par les ondes P pour parvenir à la station
$D_{PmP} = V \times t_{PmP}$, si t_{PmP} est le temps mis par les ondes PmP pour parvenir à la station.

En utilisant le théorème de Pythagore, on peut calculer D_p :
$(D_P)^2 = h^2 + \Delta^2$ donc $\mathbf{D_p = \sqrt{(h^2 + \Delta^2)}}$

En utilisant le loi de Snell Descartes on peut calculer D_{PmP} :
D_{PmP} = FB + BS et d'après la construction du point image FB = F'B
D_{PmP} = F'B + BS = hypoténuse du triangle rectangle SEF
donc $(F'B + BS)^2 = (2H - h)^2 + \Delta^2$
D'où $\mathbf{D_{PmP} = \sqrt{[(2H - h)^2 + \Delta^2]}}$

3° - Recherche de la profondeur du Moho

On peut calculer la différence de temps d'arrivée, δt, entre les ondes P et PmP

$$\delta t = \frac{(D_{PmP} - D_P)}{V}$$

$$\delta t = \frac{\sqrt{((2H-h)^2+\Delta^2)}}{V} - \frac{\sqrt{(h^2+\Delta^2)}}{V}$$

$$\delta t\,.\,V = \sqrt{((2H-h)^2+\Delta^2)} - \sqrt{(h^2+\Delta^2)}$$

$$\delta t\,.\,V + \sqrt{(h^2+\Delta^2)} = \sqrt{((2H-h)^2+\Delta^2)}$$

En élevant au carré cette expression, elle devient :

$$\left[\delta t\,.\,V + \sqrt{(h^2+\Delta^2)}\right]^2 = ((2H-h)^2+\Delta^2)$$

$$(2H-h)^2 = \left[\delta t\,.\,V + \sqrt{(h^2+\Delta^2)}\right]^2 - \Delta^2$$

$$2H - h = \sqrt{\left[\delta t\,.\,V + \sqrt{(h^2+\Delta^2)}\right]^2 - \Delta^2}$$

$$2H = h + \sqrt{\left[\delta t\,.\,V + \sqrt{(h^2+\Delta^2)}\right]^2 - \Delta^2}$$

$$H = \frac{1}{2}\left(h + \sqrt{\left[\delta t\,.\,V + \sqrt{(h^2+\Delta^2)}\right]^2 - \Delta^2}\right)$$

Pour calculer H, la profondeur du Moho à la distance AB de la station, il faut donc connaître :

- la profondeur du séisme,
- la vitesse V des ondes P dans la croûte à proximité de la station (on la considère égale à 6,5 $km.s^{-1}$),
- la distance Δ entre l'épicentre et la station,
- la différence de temps d'arrivée δt, entre les ondes P directe et les ondes PmP réfléchies par le Moho (ce temps sera appelé "Autres -P" lors du dépouillement des sismogrammes)